

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2026****CLASA a VII-a**

**Problema 1.** Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\{x\} - \{2026 \cdot x\} = x$ .  
(Notația  $\{a\}$  reprezintă partea fracționară a numărului real  $a$ .)

**Problema 2.** a) Arătați că există numere naturale nenule  $a$  și  $b$  pentru care numărul  $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$  este rațional.

b) Care este cel mai mic număr natural nenul  $b$  pentru care există un număr natural  $a$  astfel ca  $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$  să fie număr rațional?

*Gazeta Matematică*

**Problema 3.** Considerăm triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC = 2 \cdot BC$ . Perpendiculara dusă în punctul  $C$  pe dreapta  $AC$  intersectează mediatoarea segmentului  $AB$  în punctul  $D$ . Fie  $M$  mijlocul segmentului  $AD$ ,  $N$  mijlocul segmentului  $AB$  și  $P$  intersecția dreptelor  $BM$  și  $DN$ .

a) Demonstrați că  $PC \perp CB$ .

b) Demonstrați că  $DC = 2 \cdot PC$ .

**Problema 4.** Considerăm un triunghi dreptunghic isoscel  $ABC$  și notăm cu  $M$  mijlocul ipotenuzei  $AC$ , cu  $N$  mijlocul segmentului  $CM$ , cu  $P$  piciorul perpendicularei din  $M$  pe  $BN$ , cu  $E$  piciorul perpendicularei din  $A$  pe  $BN$  și cu  $R$  piciorul perpendicularei din  $M$  pe  $AE$ .

Arătați că  $R$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABP$ .

*Timp de lucru 3 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.*