

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2026****CLASA a VI-a****Problema 1.** Considerăm mulțimile:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ și } n \text{ dă restul } 2 \text{ la împărțirea cu } 3\},$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 1000 \text{ și } n \text{ dă restul } 1 \text{ la împărțirea cu } 7\}.$$

- Care este cel mai mic element al mulțimii  $A \cap B$ ?
- Aflați numărul elementelor mulțimii  $A \cup B$ .

*Gazeta Matematică*

**Problema 2.** Determinați numărul natural prim  $x$  și numărul natural nenul  $y$  având proprietatea  $\frac{x}{2y} = \frac{x+1}{x+y+8}$ .

**Problema 3.** Triunghiul  $ABC$  este isoscel și are  $\angle BAC = 100^\circ$ . Cercul de centru  $C$  și rază  $CA$  taie segmentul  $BC$  în  $D$ , cercul de centru  $D$  și rază  $DB$  taie segmentul  $AB$  în punctul interior  $E$  și cercul de centru  $D$  și rază  $DA$  taie segmentul  $AC$  în punctul interior  $F$ .

- Arătați că  $CF = DE$ .
- Paralela prin punctul  $F$  la dreapta  $AB$  taie latura  $BC$  în  $M$ . Arătați că  $MD = AE$ .

**Problema 4.** Vom numi *lente* numerele naturale nenule  $L$  care au cel puțin patru divizori și, dacă  $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_p = L$  sunt divizorii lui  $L$ , atunci fiecare număr din șirul divizorilor, începând cu al patrulea, este mai mic sau egal decât suma a trei dintre divizorii precedenți.

- Arătați că 72 este un număr lent.
- Demonstrați că produsul oricăror două numere lente este tot un număr lent.

*Timp de lucru 3 ore.**Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.*